$$f'(x)=\frac{\frac{6+6}{(x+2)^2}}{\frac{3x-6}{x+2}}=\frac{12}{(3x-6)(x+2)}$$
$$=\frac{12}{3(x-2)(x+2)}=\frac{4}{x^2-4}.$$

Tableau de variation de f.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	Ln3	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\nearrow$	ln3

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\ln\left|\frac{3x-6}{x+2}\right|$$
$$=\ln 3$$
$$\lim_{x\to-2} f(x)=\lim_{x\to-2}\ln\left|\frac{3x-6}{x+2}\right|$$
$$=\lim_{X\to+\infty}\ln X=+\infty,\ X=\left|\frac{3x-6}{x+2}\right|$$
$$=\lim_{x\to2}\ln\left|\frac{3x-6}{x+2}\right|=\lim_{X\to0^+}\ln X=-\infty,\ X=\left|\frac{3x-6}{x+2}\right|.$$

2) $x\in Df, 2\times0-x=-x\in Df$

Et on a :

$$f(-x)=\ln\left|\frac{-3x-6}{-x+2}\right|=\ln\left|\frac{-(3x+6)}{-(x-2)}\right|=\ln\left|\frac{3x+6}{x-2}\right|$$
$$=\ln\left|\frac{1}{\frac{3x+6}{x-2}}\right|=-\ln\left|\frac{x-2}{3x+6}\right|=-\ln\left|\frac{x-2}{3(x+2)}\right|$$
$$=-\ln\left|\frac{3x-6}{9(x+2)}\right|=-\left[\ln\left|\frac{3x-6}{x+2}\right|-\ln 9\right]$$
$$=\ln 9-\ln\left|\frac{3x-6}{x+2}\right|=2\ln 3-f(x)$$

Donc : $f(2\times0-x)=2\times\ln 3-f(x)$

D'où $\Omega(0,\ln 3)$ est un centre de symétrie pour la courbe C de f.

3) Intersection avec l'axe des abscisses :

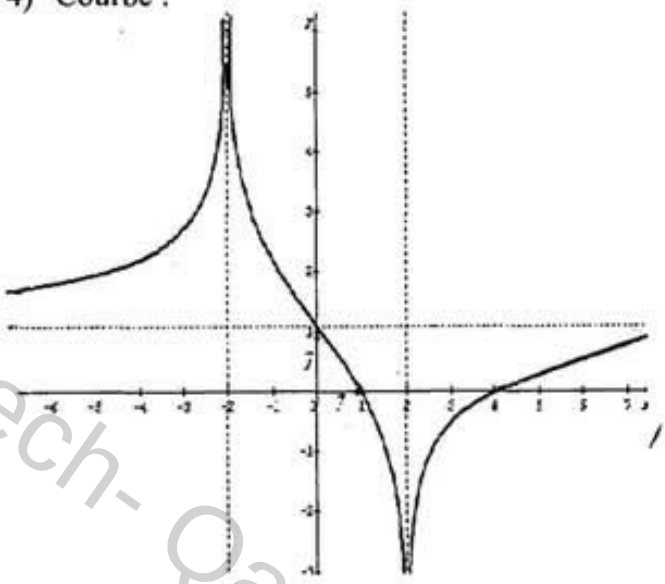
$$f(x)=0\Leftrightarrow\ln\left|\frac{3x-6}{x+2}\right|=0$$
$$\Leftrightarrow\left|\frac{3x-6}{x+2}\right|=1$$
$$\Leftrightarrow\frac{3x-6}{x+2}=1\ \text{ou}\ \frac{3x-6}{x+2}=-1$$
$$\Leftrightarrow x=4\quad\text{ou}\quad x=1$$

Donc $C\cap(o,\vec{i})=\{I(4,0),J(1,0)\}$.

Intersection avec l'axe des ordonnés :

$$f(0)=\ln\left(\left|\frac{-6}{2}\right|\right)=\ln(3).$$
$$\Rightarrow C\cap(o,\vec{j})=\{\Omega(0,\ln 3)\}.$$

4) Courbe :



5) a) g est continue et strictement décroissante sur $]-2,2[$ donc g réalise une bijection de $]-2,2[$ sur $g(]-2,2[)=\square$

b) g est dérivable en 0 : $(g(0)=\ln 3)$

et $g'(0)=\frac{4}{0-2}=-2\neq0$

$\Rightarrow g^{-1}$ est dérivable en $\ln 3$

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn